

## **Modelagem da *Yield Curve* de Títulos Públicos Brasileiros pelo Método de Nelson-Siegel-Svensson para Tomada de Decisão de Investimento**

### **Autores**

Ariel Domingues Moreira<sup>1</sup>

Henrique Martins Galvão<sup>2</sup>

### **Resumo**

Esse estudo discute a importância da estimação da *Yield Curve* títulos públicos brasileiros como forma de obtenção de taxas de juros futuras, extraindo a *Yield Curve* como importante indicador de atividade econômica projetado para o futuro e, portanto, auxiliar o investidor na escolha de investimento. O objetivo geral é de estimar taxas de juros futuras de títulos públicos tidos como Notas do Tesouro Nacional série F por meio da *Yield Curve* de títulos públicos. Para utiliza-se o modelo econométrico de Nelson-Siegel-Svensson. Para atender o objetivo, o estudo utiliza a metodologia explicativa de natureza quantitativa. Quanto aos meios utiliza-se a metodologia projetual de design, baseada no Modelo Projetual de Munari (2008), visando a resolução de problemas na perspectiva do usuário. Nesse sentido realizou-se a modelagem da interpolação da *Yield Curve* para dois tipos de usuários. Os resultados permitiram aferir pela modelagem da curva, extraídos os juros futuros nas datas de vencimento de contratos dos títulos públicos, estimando a taxa de juros em qualquer período, a obtenção do Valor Presente Líquido (VPL) para avaliação e orientação dos investimentos e, portanto, informação útil para a tomada de decisão de investidores frente aos fatores contingenciais da economia no decorrer do tempo.

**Palavras-chave:** *Yield Curve*, Econometria, Juros, Metodologia Projetual de Munari.

*Yield Curve Modeling of Brazilian Public Securities by the Nelson-Siegel-Svensson Method for Investment Decision Making*

### *Abstract*

This study discusses the importance of estimating *Yield Curve* Brazilian government bonds as a way of obtaining future interest rates, extracting *Yield Curve* as an important indicator of economic activity projected for the future and, therefore, assisting investors in the choice of investment. The general objective is to estimate future interest rates on government bonds considered as Series F National Treasury Notes through the *Yield Curve* of government bonds. To use the Nelson-Siegel-Svensson econometric model. To meet the objective, the study uses the explanatory methodology of a quantitative nature. As for the means, the design methodology of design is used, based on the Project Model of Munari (2008), aiming at solving problems from the user's perspective. In this sense, *Yield Curve* interpolation modeling was performed for two types of users. The results made it possible to measure by modeling the curve, extracting future interest on the maturity dates of public securities contracts, estimating the interest rate in any period, obtaining the Net Present Value (NPV) for the evaluation and orientation of investments and, therefore, , useful information for investor decision making in the face of contingent economic factors over time.

Keywords: *Yield Curve*, Econometrics, Interest, Munari's Design Methodology.

---

<sup>1</sup> Mestrando em Design, Tecnologia e Inovação – PPG-DTI pelo Centro Universitário Teresa D'Ávila – Unifatea. E-mail: arieldm.domingues@gmail.com

<sup>2</sup> Doutorado em Administração pela FEA-USP, docente do PPG-DTI Unifatea e docente na FATEC Cruzeiro. E-mail: galvaohm@gmail.com

## INTRODUÇÃO

O estudo se ancora sobre o significado e a importância de uma Estrutura a Termo de Taxas de Juros – ETTJ ou também conhecida como *Yield Curve* de um país. A determinação da ETTJ fundamentada em princípios matemáticos é de grande importância e com aplicação nas áreas de economia e finanças, uma vez que muitos modelos de avaliação de ativos como títulos de renda fixa ou mesmo derivativos se baseiam em taxas de juros e prazo de vencimento diferentes ao longo do tempo (JUCHEM NETO, 2007). O tema apresenta grande importância na macroeconomia, uma vez que seu estudo mostra um direcionamento sobre o trade-off entre crescimento econômico e inflação. Ou seja, a curva de juros pode mostrar uma economia crescente ou em recessão no longo prazo, uma vez que sua cotação refletirá a precificação do título com base na expectativa futura das taxas de juros no longo prazo.

As flutuações nas taxas de juros da economia e a hipótese das expectativas estabelece, em linhas gerais, que as taxas de juros de longo prazo são formadas como uma média das taxas de juros de curto prazo esperadas para o futuro somado a um prêmio de risco invariante no tempo (LIMA; ISSLER, 2003). Assim, a inclinação da curva de juros refletiria as expectativas do mercado sobre mudanças futuras nas taxas de juros, ou seja, um aumento do spread entre a taxa longa e a taxa curta refletiria a expectativa de futuros aumentos nas taxas de curto prazo, provocando então uma correlação positiva entre as variações nas taxas de juros curtas e o referido spread.

Dessa forma, saber o comportamento da curva de juros futuros é de essencial importância, especialmente aos Bancos Centrais, uma vez que a ETTJ é composta de alguns vértices que podem ser extraídos dos ativos de renda fixa negociados no mercado, sejam títulos de dívida ou contratos de derivativos. Uma vez modelada a ETTJ prevista é comparada com a ETTJ de mercado para se tomar decisões de qual será a estratégia de investimento baseado em cada um dos vértices. (SCHOOOF, 2011). Do ponto de vista empírico estimar uma ETTJ requer métodos de estimação que sejam flexíveis o suficiente para capturar a totalidade das informações do mercado. Diante desse confronto no presente estudo busca-se interpolar e extrapolar a curva de juros de títulos públicos prefixados com pagamento de cupons mediante a utilização do modelo econométrico de Nelson-Siegel-Svensson.

A problemática da pesquisa parte da necessidade de um usuário que necessita tomar uma decisão relacionado com um investimento e precisa de sinais de como poderá comportar seu investimento no futuro. Conforme exposto, o estudo tem como objetivo estimar taxas de juros futuras por meio da *Yield Curve* de títulos públicos brasileiros. Quanto ao método para modelar a *Yield Curve* de títulos públicos NTN-F, adota-se o modelo econométrico de Nelson-Siegel-Svesson. A pesquisa caracteriza-se pela natureza quantitativa do tipo explicativa. Com base nessa premissa busca-se contextualizar a relação das taxas de juros com o crescimento econômico do país.

## **2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

### **2.1 A importância da ETTJ**

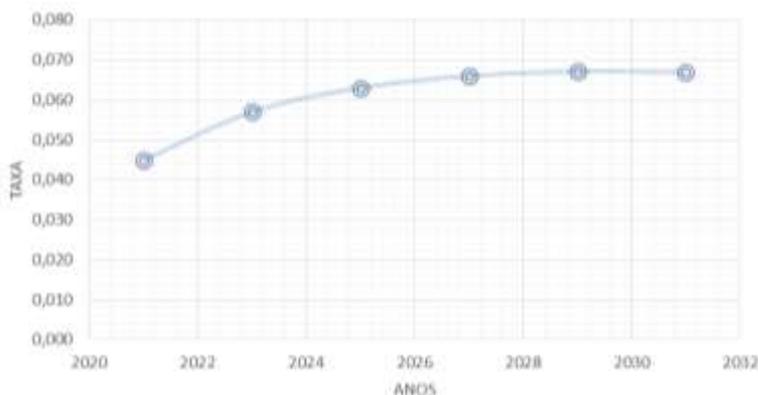
De acordo com a política monetária implementada na economia pelo Banco Central observa-se a importância da *Yield Curve* de um país com base em títulos públicos emitidos pelo Governo. Nesse caso, para Obara (2014) a taxa nominal de juros é um instrumento na condução da economia de um país, pois seus movimentos refletem o crescimento da atividade econômica, a expectativa de inflação, a taxa de juros real, e outros aspectos macroeconômicos. Também, seus movimentos são influenciados por decisões políticas e sua relevância contribuiu para a consolidação da taxa nominal de juros como principal instrumento dessa política monetária. Sob uma análise do agente econômico institucional “... a teoria macroeconômica recente demonstra que a autoridade monetária determina a taxa básica respondendo aos diferentes choques macroeconômicos para atingir seu objetivo principal de estabilização da economia...” (SHOSHUA, 2008).

A relação entre taxas de juros e política monetária é um dos temas fundamentais na economia e o Banco Central é um dos responsáveis pela implementação da política monetária vigente em um país (OLIVEIRA, 2003). A implementação dessa política se dá por controle dos estoques de ativos e taxas de juros de curto prazo. Os ciclos econômicos representam flutuações que tendem a estarem ligadas às taxas de juros mais longos, dado que o consumo e o investimento dependem de financiamentos e estes da Estrutura a Termo. Montes et al. (2011) apud Rolley e Sellon (1995) esclarecem que a Estrutura a Termo é uma função que relaciona determinada variável financeira e à sua maturidade, seu estudo trouxe evidências entre a relação de política monetária e as taxas

de juros de longo prazo como resultado de uma variação dos ciclos econômicos. Verifica-se com base em Franklin et al. (2012) a importância da ETTJ modelada, nesse caso, para o mercado de seguradoras no Brasil, constatando ser de extrema importância calcular o custo do dinheiro no tempo.

O conhecimento do comportamento das taxas ao longo do tempo é fundamental para muitos agentes na economia, institucionais, seguradoras, bancos, fundos de investimentos, dentre outras empresas que possuam ativos ou passivos financeiros e necessitam realizar precificação de ativos com base em descontos de fluxo de caixa. O entendimento ETTJ é de grande interesse dos participantes do mercado financeiro, administradores de fundos de renda fixa, investidores que fazem uso dessa informação para fins de balanceamento de suas posições, empresas que buscam proteção de carteiras (DE REZENDE, 2008). Por exemplo, o Gráfico 1, mostra a *Yield Curve* do Brasil em janeiro de 2020:

**Gráfico 1: Yield Curve de NTN-F**

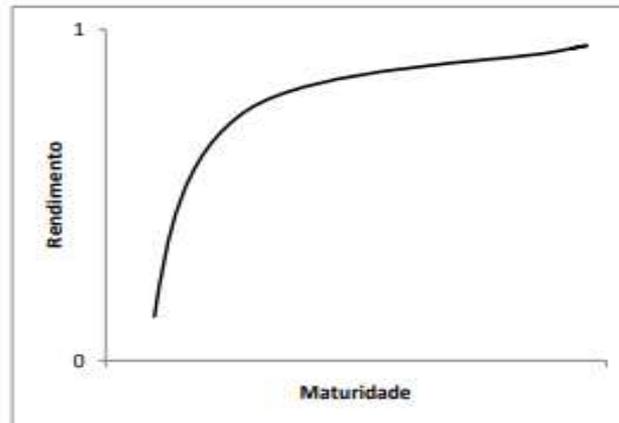


Fonte: Schoof (2011).

Conforme o Gráfico 1, cada ponto da curva representa uma taxa de juros para um dado vencimento futuro do título NTN-F. A ligação dessas taxas forma a *Yield Curve* do Brasil em janeiro de 2020, que nesse caso é positivamente inclinada. Entretanto, são vários os comportamentos o qual uma Yield pode assumir, devido ao valor da taxa a qual é cotado. Diebold e Li (2006) apresentam em seu trabalho que há algumas formas que a ETTJ pode assumir: ascendentes, decrescentes, invertida para cima ou para baixo, dentre outras combinações de comportamento. Para Brocco (2013) são três principais comportamentos que uma Yield pode apresentar: (i) Positivamente Inclinada: ocorre quando as taxas de longo prazo são maiores que as taxas de curto

prazo. A Figura 1 traz o comportamento de uma Yield quando as taxas de longo prazo são maiores que as de curto prazo:

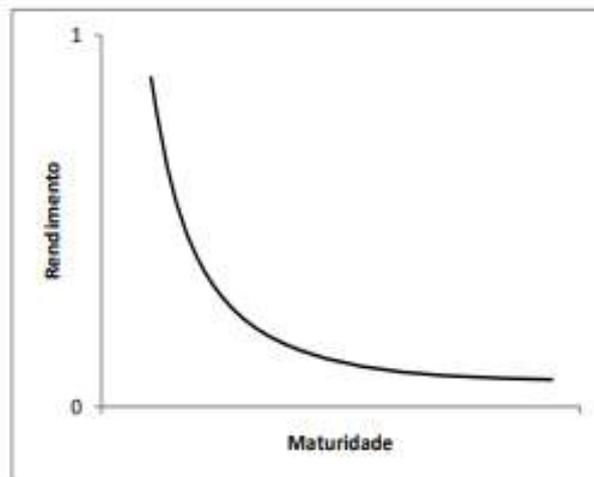
**Figura 1: Yield Curve positivamente inclinada.**



Fonte: Brocco (2013)

(ii) Negativamente inclinada: ocorre quando as taxas de curto prazo são maiores que as taxas de longo prazo. Nesse caso os títulos que são cotados no curto prazo pagam maiores rendimentos que os títulos de longo prazo. Tem-se uma curva negativamente inclinada. Como representada na Figura 2 abaixo.

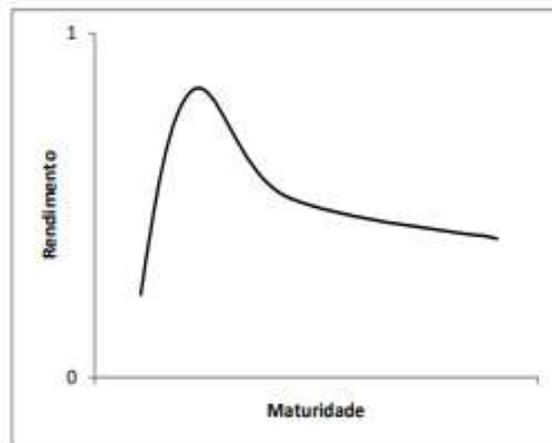
**Figura 2: Yield curve negativamente inclinada.**



Fonte: Brocco (2013)

(iii) Curva ondulada: quando títulos de médio e longo prazo apresentam rendimentos inferiores aos de curto prazo, como representada na Figura 3 abaixo, representa o comportamento descrito:

**Figura 3: Yield Curve ondulada**



Fonte: Brocco (2013)

De acordo com Rosa (2013), a ETTJ é uma construção prática descritiva, usada no mercado financeiro para observação do comportamento da economia. Ela é utilizada para precificação de títulos e ativos por parte de vendedores, compradores e reguladores. Por esse motivo existem estatísticas e modelos que se propõem a estimar a ETTJ para determinadas maturidades, devido ao que seu comportamento pode prever.

### 2.2.3. Modelos de Nelson-Siegel (1987) e Nelson-Siegel-Svensson (1994)

O modelo de Nelson-Siegel é um modelo eficiente para se ajustar uma *Yield Curve* ao longo de sua maturidade pois faz utiliza do artefato da parametrização de fatores. Pode-se por meio desse modelo estimar a função da taxa *Spot* que modela as taxas de juros observadas em um período e estimar a função que modela uma estrutura a termo Yield. Assim, com a chamada curva de Nelson-Siegel (curva NS) calcula a ETTJ com base em uma função contínua de maturidade. No modelo apresentado por Nelson-Siegel (1987) é mostrado uma função que relaciona as taxas spot observadas de um tempo por:

$$f(t) = \beta_1 + \beta_2(e^{\lambda_1 M}) + \beta_3 \lambda_1(e^{-\lambda_1 M})$$

Pela função acima  $M$  representa o prazo da maturidade do título,  $f_t(M)$  mostra a taxa futura de juros calculada para um período  $t$  parametrizado por coeficientes Betas. Para Nelson e Siegel (1987) a Yield dessas taxas possui a seguinte Estrutura a Termo:

$$Y(t) = \beta_1 + \beta_2 \left( \frac{1 - e^{-\lambda_1 M}}{\lambda_1 M} \right) + \beta_3 \left( \frac{1 - e^{-\lambda_1 M}}{\lambda_1 M} - e^{-\lambda_1 M} \right)$$

A modelagem de Nelson-Siegel (1987) traz também os fatores Betas  $\{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}$ , que são parametrizados de acordo com alguns critérios e possuem importantes interpretações ao modelo. Para um período de tempo “ $t$ ”, os conjuntos de Betas parâmetros determinam a curva uma vez que possuem interpretação econômica:

$\beta_1$ : É a taxa de juros de longo prazo. Tem influência em toda curva, pois seu coeficiente é unitário e não decai para zero ao longo da curva, dessa forma pode ser interpretado como fator de longo prazo.

$\beta_2$ : Pode ser interpretado como o Spread entre a taxa de curto e longo prazo (mas o limite em que  $M$  tende ao infinito a curva se converte para a curva a termo (*forward*) –  $\beta_1 + \beta_2$ )

$\beta_3$ : Não tem interpretação econômica direta, apenas diz respeito a forma da curva).

A obtenção dos Betas no modelo de Nelson-Siegel é de grande importância, de acordo com Sabino (2007), a modelagem de Nelson-Siegel possui algumas interpretações:

1. Uma variação positiva ou negativa no  $\beta_1$  gera um deslocamento paralelo e para cima da curva de juros;
2. Uma variação positiva ou negativa no  $\beta_2$  faz com que os retornos de títulos com maturidades curtas sejam aumentem ou diminuam mais do que os títulos de maturidades mais longas. Esse fator ocorre devido ao fato de que:

$$F(t, M) = \left( \frac{1 - e^{-\lambda_1 M}}{\lambda_1 M} \right) (4) \text{ sendo decrescente para qualquer valor de } \lambda(t).$$

3. O parâmetro  $\lambda_1$  controla a velocidade de decaimento da função  $F(t, M)$ . Dessa forma à medida que  $\lambda_1$  aumenta, os valores assumidos pela  $F(t, M)$  vão se aproximando de zero.
4. Uma variação positiva ou negativa no  $\beta_2$  provoca retornos de títulos com prazos de maturidade intermediários aumentem ou diminuam em detrimento ao de curto e longo prazo. Isso ocorre devido ao fato de que:

$G(t, M) = \left( \frac{1 - e^{-\lambda_1 M}}{\lambda_1 M} - e^{-\lambda_1 M} \right)$ , sendo estritamente côncava e atinge um máximo para um determinado  $M$  intermediário.

O valor desse  $M$  intermediário varia negativamente com  $\lambda$ .

A Figura 4 representa o comportamento dos fatores da modelagem de Nelson-Siegel, como pode-se observar a seguir:

**Figura 4: A influência dos Betas**



Fonte: Brocco (2013)

Com base na Figura 4 é possível observar que os fatores que influenciam no comportamento de uma *Yield*, na modelagem de Nelson-Siegel (1987). Vale ressaltar que os fatores são parametrizados de forma empírica, fazendo com que a curva estimada tenha o menor erro possível em relação à *Yield* observada. Ou seja, a parametrização dos Betas vão ditar o nível, inclinação e curvatura da *Yield* e seus valores devem ser estimados de forma a se obter uma estrutura a termo com menor erro possível em relação aos dados disponibilizados.

De acordo com Andrade (2018) os Modelos de Fatores surgiram da necessidade de se modelar uma *Yield* com pouca quantidade de informações em relação à amostra, uma vez que uma Estrutura a Termo seria formada pela ligação de poucos pontos. Tais modelos trazem uma maneira diferente de resumir dados com pequenas quantidades de amostra, parametrizando fatores que influenciam o comportamento da curva. Como o presente estudo pretende-se modelar um *Yield Curve* utilizando taxas de vencimentos de títulos públicos, têm-se preços com diferentes vencimentos relacionados à fatores parametrizados com de pesos diferentes ao longo de uma maturidade.

O modelo de Nelson-Siegel (1987) possui fatores que eram capazes de modelar uma baixa quantidade de pontos de uma *Yield Curve* de um país em termos de inclinação, nível e curvatura. Mais tarde Svensson (1994) trouxe mais um fator ao modelo: nova variável Beta, dessa forma seria possível interpolar e extrapolar a ETTJ. Dessa forma, seria possível se estimar uma curva semelhante a *Yield* de títulos públicos,

entretanto conhecendo-se todos os pontos de taxas de juros. Para Andrade (2008), Nelson e Siegel (1987) introduziram o modelo harmonioso para a curva de juros que foi capaz de capturar importantes atributos na questão de taxa-maturidade dos títulos. Assim por essa funcionalidade, a modelagem da curva seria capaz de projetar taxas de juros além da amostra, ou seja, uma extrapolação de curva.

Svensson (1994) propôs o uso de uma parametrização um pouco mais flexível. São agora necessários mais dois parâmetros:  $\{\beta_4, \lambda_2\}$ . Nesse sentido o  $\lambda_2$  do período  $t$  e o  $\beta_4$  são parâmetros de extrema importância no modelo. Para o autor, é possível definir qual será o máximo atingido pelo termo de médio prazo, ou seja, pela curvatura da Estrutura a Termo. Para Franklin et al. (2012) o modelo proposto por Svensson se estende à de Nelson-Siegel pela adição de um novo termo exponencial à curva de taxas a termo, contendo agora dois parâmetros  $\{\lambda_1, \lambda_2\} > 0$  e quatro fatores Betas  $\{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4\}$ . Seria possível assim uma segunda corcova na forma de curva de juros:

$$f(t) = \beta_1 + \beta_2(e^{-\lambda_1 M}) + \beta_3 \lambda_1(e^{-\lambda_1 M}) + \beta_4 \lambda_2(e^{-\lambda_2 M})$$

A taxa a vista  $Y(t)$  pode ser calculada pela equação abaixo que modela a curva a termo em função da maturidade  $M$  do título:

$$Y(t) = \beta_1 + \beta_2 \left( \frac{1 - e^{-\lambda_1 M}}{\lambda_1 M} \right) + \beta_3 \left( \frac{1 - e^{-\lambda_1 M}}{\lambda_1 M} - e^{-\lambda_1 M} \right) + \beta_4 \left( \frac{1 - e^{-\lambda_2 M}}{\lambda_2 M} - e^{-\lambda_2 M} \right)$$

Com a adição do quarto fator, a *Yield* modelada passa ter as seguintes interpretações para os seis parâmetros:

- 1)  $\beta_1$ : Nível – impacto de longo prazo na estrutura
- 2)  $\beta_2$ : Inclinação – impacto de curto prazo na estrutura
- 3)  $\beta_3$  e  $\beta_4$ : Curvatura – impacto de médio prazo na estrutura
- 4)  $\lambda_1, \lambda_2$ : caracterizam a velocidade do decaimento dos fatores  $\beta_3$  e  $\beta_4$ . Ou seja, determinam o quanto a curva atinge seu valor máximo.
- 5) O modelo de Svensson é semelhante ao de Nelson-Siegel quando  $\beta_4=0$  e  $\lambda_1$  é igual a  $\lambda_2$ .

Portanto, como foi explanado, o modelo de Svensson permite utilizando os Betas e 2 fatores lambdas  $\{\lambda_1, \lambda_2\}$ , totalizando seis parâmetros, interpolar *Yield* dentro de uma faixa de prazos e extrapolar a curva para além do última taxa de cupom.

### 3. METODOLOGIA DA PESQUISA

O estudo parte da premissa da pesquisa explicativa tendo como propósito central de identificar os fatores que determinam ou contribuem para a ocorrência dos fenômenos. Esse é o tipo de pesquisa (GIL, 2002) que mais aprofunda o conhecimento da realidade, porque explica a razão, o porquê das coisas. Destaca-se que a pesquisa explicativa registra fatos, analisa-os, interpreta-os e identifica suas causas (LAKATOS; MARCONI; 2011). Essa prática visa ampliar generalizações, definir leis mais amplas, estruturar e definir modelos teóricos, relacionar hipóteses em uma visão mais unitária do universo ou âmbito produtivo em geral e gerar hipóteses ou ideias por força de dedução lógica. Quanto aos meios, utilizou a pesquisa bibliográfica que subsidiou o desenvolvimento dos temas da fundamentação teórica. A pesquisa bibliográfica (LIMA, 2008) fornece conteúdos familiarizados com o tema da pesquisa e apoio para o pesquisador formular e justificar os problemas a serem explorados, assim como na análise e interpretação. Além disso, adotou-se o método *ex-post-facto* (GIL, 2002) sendo um tipo de pesquisa explicativa, pois visa identificar os fatores que determinam ou contribuem para a ocorrência dos fenômenos, sendo realizada preponderantemente a partir de fatos passados (não há como manipular as variáveis) e, sobretudo, visa avaliar as relações de causa e efeito.

O método de pesquisa foi norteado pelo Modelo de Projeto de Munari, pois trata-se de modelo orientado para a resolução de problema.

#### 3.1. O modelo de projeto de Munari (2008)

O Modelo de Bruno Munari (2008) utiliza o Design como um método catalizador que serve como um guia para o projetista manter-se dentro de uma linha focado na solução de seu problema. Barbosa (2013) apresenta a metodologia projetual de Munari (2008) com 12 fases até chegar a solução do problema. Inicialmente seria necessário identificar o problema não em sua singularidade, mas sim em sua complexidade e assim utilizar o projeto a favor do usuário, o papel do solucionador (projetista) seria encontrar a solução e para isso deveria utilizar sua criatividade para avançar no processo. Seria a partir daí que o *designer* chegaria à materialização do projeto. A Figura 5 abaixo apresenta as fases do Modelo de Munari parametrizadas por Siqueira et al. (2017):

**Figura 5: As 12 fases do Modelo de Munari.**



Fonte – Elaborado pelos autores

Pela Figura 5 acima, percebe-se que o método de Munari (2008) apresenta uma linha de raciocínio que parte de um problema, define-o apresentando seus componentes, coleta-se dados, analisa-os e por meio da criatividade do projetista, busca-se materiais e tecnologias para se experimentar modelos baseados em um desenho de uma ferramenta para assim chegar a uma possível solução. Para o presente estudo, delimita-se o conceito de Design associado ao ato de projetar com objetivo de se desenhar um modelo ou processo para obter-se um produto. Analogamente ao conceito de Design há o Designer, ou seja, este mais facilmente delimitado, pode ser entendido com o projetista. O designer enxerga um como problema tudo aquilo que prejudica ou impede a experiência e o bem-estar cognitivo nas vidas das pessoas como, trabalho, lazer, relacionamentos e processos. Dessa forma, a principal tarefa do Designer é identificar problema e propor uma solução (BROWN, 2010; VIANNA, 2012). O Quadro 1 a seguir, relaciona o método projetual de pesquisa baseado em Munari (2008):

**Quadro 1: Delineamento projetual da pesquisa**

<b>Problema</b>	Seria possível estimar taxas de juros futuras?
<b>Definição do Problema</b>	Seria possível extrair taxas futuras a partir da <u>Yield Curve</u> de títulos públicos brasileiros?
<b>Componentes do Problema</b>	Parâmetro futuro de taxas de juros, modelo econométrico, dados estatísticos, métodos de estimação e software para modelagem de curvas.
<b>Coleta de dados</b>	Vencimentos de títulos públicos de uma mesma classe em datas futuras.
<b>Análise de dados</b>	Extração e união de todas as datas de vencimentos desses títulos pertencentes à essa classe, gerando-se uma curva.
<b>Criatividade</b>	Escolha de uma modelagem a qual seria possível estimar todos os pontos que compõem uma curva.
<b>Material e tecnologia</b>	Análise de métodos existentes e análise econométrica de modelos responsáveis por interpolar curvas.
<b>Experimentação</b>	Modelagem em <u>Excel</u> (projeto tomou forma) voltado para um usuário.
<b>Modelo</b>	Escolha do modelo de Nelson-Siegel <u>Sevensson</u> (1994), <u>o qual</u> possui parâmetros suficientes para modelar curvas de juros futuras.
<b>Verificação</b>	Extração de todos os pontos por meio de uma curva estimada.
<b>Solução</b>	Taxas de juros extraídas da curva modelada e passível de ser utilizada para usuários.

Fonte: Adaptado de Munari (2008).

### 3.2. Objeto de estudo

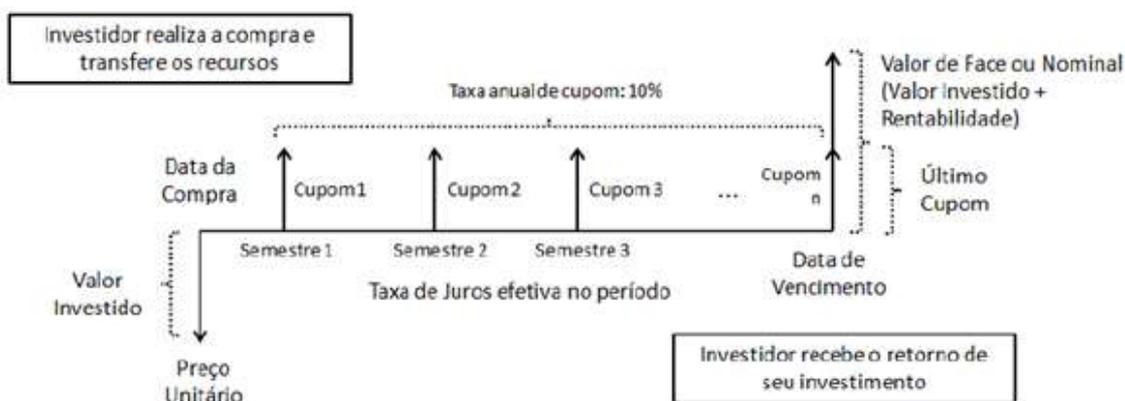
O objeto de estudo foram os Títulos Públicos Federais Notas do Tesouro Nacional Série – F (NTN-F). Os títulos públicos federais são de grande importância para um país, eles formam um instrumento de captação de recursos do Governo Federal além dos impostos e acabam constituindo a chamada Dívida Pública Nacional. Para Moreira (2011) os leilões tradicionais do Tesouro Nacional são considerados uma importante fonte para o financiamento da dívida pública. A instituição responsável pela administração da dívida pública no Brasil é o Tesouro Nacional (TN) e a responsável pela execução dos leilões de títulos públicos é o Banco Central do Brasil (ARAÚJO, 2006).

Antes de demonstrar o que essas variáveis representam, é necessário trazer o seguinte questionamento: por que o governo precisa emitir títulos públicos? De acordo com (NAKANO, 2005) a imediata necessidade de emissão de títulos públicos está relacionada ao fato de gestão de liquidez na economia, que precisa ser equilibrada, uma vez que é necessária manter as taxas de juros bancárias dentro da meta estipulada pelo Banco Central. Nesse contexto o Banco Central atua no mercado executando operações de curto prazo de compra e venda de títulos ou com operações compromissadas lastreadas nesses títulos de forma que aspectos do Banco Central e Tesouro Nacional refletem que a autoridade monetária e a fiscal são fortemente ligadas e ditam os rumos de políticas econômicas do país. De acordo com o Tesouro Nacional (2020) o título NTN-F:

O Tesouro Prefixado com Juros Semestrais (NTN-F) é um título prefixado com rentabilidade pactuada no momento da compra por sua taxa interna de retorno (TIR). É um título escritural, nominativo e negociável. Seu valor nominal no vencimento é fixo e equivale a R\$ 1.000,00. Possui fluxos de caixa semestrais até seu vencimento, conhecidos como “cupom de juros”, a uma taxa de 10% ao ano e com ajuste no primeiro período de fluência, quando couber. O primeiro cupom de juros a ser pago contemplará a taxa integral definida para seis meses, independente da data de liquidação da compra. As datas de pagamento dos cupons são definidas retrospectivamente a cada seis meses a partir da data de vencimento do Tesouro Prefixado com Juros Semestrais (NTN-F), caso esta data não seja dia útil, o pagamento ocorrerá no primeiro dia útil subsequente.

Para Silva et al. (2009) as NTN-F são títulos prefixados que pagam um deságio sobre o valor de face semestral e apresentam um único principal na data de vencimento que será sempre R\$ 1.000,00. De acordo ainda com o Tesouro Nacional (2020), um título prefixado com juros semestrais e vencimento em 2023 (NTN-F) terá pagamento de cupom nos dias 01/01 e 01/07 entre a data da compra e a data de vencimento. O pagamento do último cupom de juros coincide com o resgate do principal na data de vencimento. A explicação acima é retratada na Figura 6, abaixo:

**Figura 6: O Tesouro Prefixado**



Fonte: Tesouro Nacional (2020)

Pela Figura 6 percebe-se o funcionamento dos títulos com pagamento de cupons semestrais: o investidor aplica um montante de dinheiro a um preço unitário (PU), representado como sendo a seta para baixo na série de pagamento. Todo semestre há pagamento de cupons (juros) ao valor de 10% ao ano, convertidos ao semestre - representados pelas setas apontadas para cima. Quando o título atinge sua maturidade, o investidor recebe o valor investido mais o último cupom (representado pela maior seta direcionada para cima na série). Portanto, essa série de pagamentos é calculada pela seguinte fórmula de precificação do Tesouro Nacional:

$$PU = k * \left[ \frac{1}{(1+i)^{\frac{du}{252}}} \right]$$

Sendo PU o preço do título na data de hoje, a taxa  $i$  é o valor que o governo oferta o título,  $du$  corresponde ao número de dias úteis até a maturidade do título ser concluída. Para efeitos metodológicos dessa dissertação, os títulos públicos possuem dois usuários: os investidores que compram os títulos e o governo que arrecada o

dinheiro da venda e os utiliza como instrumentos de política monetária. De acordo com Wille e From (2017) o título NTN-F “...é mais indicado para quem deseja utilizar seus rendimentos para complementar sua renda a partir do momento da aplicação, pois esse título faz pagamentos de juros a cada seis meses...”.

De acordo com Moreira (2013) o comportamento dos títulos da dívida ao longo do tempo é bem previsível para quem compra títulos e permanecem com eles até terminar a sua maturidade (*Yield to Maturity*), ou seja, até seu vencimento. Títulos que possuem vencimento próximo a data da compra possuem baixo risco de taxa de juros, pois o efeito de mudanças no retorno exigidos e no valor do título serão menores do que em títulos de maturidades mais longas. Em termos normais, os investidores avessos ao risco fazem investimentos ao longo tempo com base nas taxas de juros das curvas dos papéis carregados até o vencimento. Devido a esse fato foi-se escolhido para a presente dissertação a curva de juros dos títulos públicos com pagamento de cupons NTN-Fs. Motivo também retratado na fidelidade do modelo de Nelson-Siegel-Svensson que também utilizam títulos públicos com cupons em sua modelagem. A seguir será mostrado as técnicas de amostragem e como foram coletados os dados da *Yield Curve* de NTN-F.

### 3.3. Procedimentos de amostragem

Os dados foram retirados no site do Tesouro Nacional, o qual possui toda série histórica de todas as datas diárias de todos os títulos públicos já emitidos pelo Tesouro. O arquivo coletado foi a Série Histórica de NTN-F com as taxas que os títulos pagam a partir de janeiro de 2020 até concluir sua maturidade (chegar ao seu vencimento). Ou seja, para a data 02/01/2020 a *Yield Curve* do Brasil é representado pela Tabela 1 abaixo:

**Tabela 1: *Yield Curve* de NTNF em 02/01/2020.**

Título	Vencimento	Taxa
NTNF-21	2021	0,0449
NTNF-23	2023	0,0570
NTNF25	2025	0,0630
NTNF-27	2027	0,0660
NTNF-29	2029	0,0671
NTNF-31	2031	0,0669

Fonte: Tesouro Nacional (2020)

### 3.4. Técnicas de pesquisa

O problema encontrado para modelagem da ETTJ com base na proposta de Svensson está no valor da parametrização dos quatro fatores Betas e os Lambdas. Vale ressaltar que o objeto de estimação são as taxas de juros que compõem todos os prazos de vencimento da *Yield* com poucos valores. Para tanto é necessário adequar um algoritmo e sua escolha parte de uma heurística que compõe o problema do modelo.

De acordo com Nielsen (1994) heurística é um método baseado na avaliação de necessidades ou na experiência de avaliadores de problemas para se descobrir uma solução rápida, fácil e econômica. Para Sucupira (2004) um algoritmo é um método heurístico quando não há conhecimentos matemáticos suficientes para entender determinado comportamento de variáveis. Dessa forma, por meio de um algoritmo é possível resolver problemas complexos com uma baixa disponibilidade de recursos.

Nesse estudo buscou-se um método que solucionasse o problema estatístico ao tentar se estimar a *Yield*. Foi verificado que dependendo do objeto de estimação, no caso desse projeto, a taxa de juros, pode haver problemas com os resíduos. Para Franklin et al. (2012) “... se o objeto de estimação for o preço do título, os resíduos serão homocedásticos nos preços e heterocedásticos nas taxas; se o objeto de estimação for a taxa de juros à vista, os resíduos (erros) serão homocedásticos nas taxas e heterocedásticos nos preços”.

Dessa maneira, como o presente estudo possui a proposta de estimar:  $Y(t)$ , para cada dia de negociação com o menor erro quadrático médio é preciso executar um algoritmo de otimização.

De acordo com Miranda et al. (2011) a maioria das metodologias de otimização via simulação a eventos discretos partem de um modelo computacional que são traçados em etapas. Geralmente na primeira etapa são definidas as variáveis de decisão, em uma segunda etapa é determinada a função objetivo e o seu resultado será avaliado por um algoritmo de otimização que busca um valor ótimo. Para o presente estudo, o algoritmo de otimização não linear consiste em encontrar um vetor que minimize a seguinte representação da função taxa:

$$V = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \lambda_1, \lambda_2\}$$

Dada às restrições do modelo de Svensson:  $\{\beta_1>0; \beta_2>0; \beta_3>0; \beta_4>0; \lambda_1>0; \lambda_2>0\}$ . A função objetivo a ser alcançada seria:

$$\text{Min}\left\{\sum_{i=1}^{X_t} (Y_i - \tilde{Y}_i)^2\right.$$

Sendo que:

1.  $Y_i$ : seria a taxa à vista referencial na data  $t$  para a maturidade  $M$  do título.
2.  $\tilde{Y}_i$ : taxa a vista estimada na data  $t$ .
3.  $N$ : o número de taxas referenciais para cada dia.

Alguns algoritmos utilizados fortemente na literatura são três:

- i. Os chamados de Algoritmos Genéticos
- ii. Algoritmos de Evolução Direcional
- iii. Algoritmos de Gradientes Conjugados

A proposta da presente dissertação está relacionada à simplicidade da ferramenta a qual se modela uma *Yield*, pois possui o intuito de apresentar algo que seja de fácil linguagem à diferentes usuários, mesmo com todos os embasamentos estatísticos. Uma vez que foram definidas as variáveis e a função objetivo, utiliza-se o algoritmo genético. Os algoritmos genéticos foram primeiramente mostrados por Holland (1975) e de acordo com o autor são algoritmos de busca baseados em mecanismos de seleção natural e genética que fazem parte de uma heurística de otimização padronizada.

De acordo com Maciel et al. (2011) o mecanismo de funcionamento de um algoritmo genético surge de uma população inicial de cromossomos gerados de forma aleatória. Em um processo de otimização, cada cromossomo representa uma possível solução de um problema. Essa população vai evoluir gerando sempre novas gerações, nas quais são selecionados indivíduos com aptidão para solução para novos problemas de otimização. Dessa forma, ao longo dos anos haveria uma população convertida para uma solução ótima de um problema.

Muitos autores que trataram de modelar a ETTJ pelo método de Svensson deixam claro em suas obras a forma funcional de seus algoritmos, mas não deixam claro sobre o processo de otimização adotado. Um dos únicos trabalhos que descrevem o processo de otimização é o de Franklin et al. (2011), foi-se:

- i. Criado uma população com N cromossomos representados por um vetor.
- ii. Iniciado uma população pela interação dos indivíduos.
- iii. Adota-se um critério para realizar-se simulações com os diferentes vetores para construção da curva.
- iv. Selecionado os vetores com maior qualidade para construção da curva estimada em sua forma ótima.

Para esse trabalho, executado no *Excel*, o ambiente de cálculo se configurou da seguinte maneira:

- i. Fixa-se valores arbitrários para os parâmetros Betas  $\{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4\}$  e os fatores  $\{\lambda_1, \lambda_2\}$
- ii. Aplica-se a taxa a vista para cada t *Yield* de uma data específica, calculando-se o  $Y(t)$  da Curva Nelson-Siegel-Svensson (chamada de *NSS Curve*):

$$Y(t) = \beta_1 + \beta_2 \left( \frac{1-e^{-\lambda_1 M}}{\lambda_1 M} \right) + \beta_3 \left( \frac{1-e^{-\lambda_1 M}}{\lambda_1 M} - e^{-\lambda_1 M} \right) + \beta_4 \left( \frac{1-e^{-\lambda_2 M}}{\lambda_2 M} - e^{-\lambda_2 M} \right)$$

- iii. Calcula-se os resíduos entre a *NSS Curve* a *Yield Curve* observada.
- iv. Aplica-se o solver disponível no *Excel* para realizar a obtenção dos melhores estimadores de mínimos quadrados para os parâmetros  $\{\widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2, \widehat{\beta}_3, \widehat{\beta}_4\}$  e  $\{\widehat{\lambda}_1, \widehat{\lambda}_2\}$ . Dessa maneira, obtêm-se uma segunda curva, sobreposta à *Yield Curve* de NTN-F, a chamada *NSS Curve*, com erro mínimo observado comparado à curva observada.
- v. Pela *NSS Curve* é possível interpolar e extrapolar a *Yield* estimada para se obter cada taxa para cada período t

$$\dot{Y}(t) = \beta_1 + \beta_2 \left( \frac{1-e^{-\lambda_1 M}}{\lambda_1 M} \right) + \beta_3 \left( \frac{1-e^{-\lambda_1 M}}{\lambda_1 M} - e^{-\lambda_1 M} \right) + \beta_4 \left( \frac{1-e^{-\lambda_2 M}}{\lambda_2 M} - e^{-\lambda_2 M} \right)$$

#### 4. ANÁLISE E DISCUSSÕES DOS RESULTADOS

Esse capítulo tem o propósito de demonstrar por meio de estudo de caso, como o objetivo foi alcançado. As taxas de juros futuras foram extraídas a partir da modelagem da *Yield Curve* de Títulos Públicos NTN-F. O ambiente utilizado para alcance foi o *Software Excel*. Será apresentado também outros Estudos de Caso para propor a aplicabilidade do produto à diferentes tipos de usuários. O intuito não é mostrar o melhor modelo de avaliação de ativos ou gerar um método de valuation, mas sim gerar

uma informação útil ao seu usuário e exemplificar a diferença de informação por meio dessa nova maneira de se calcular. Para dois estudos de casos “Estimando a *Yield Curve*” é criado um exemplo hipotético no qual um gestor necessita descontar fluxos de caixa futuros para se investir em um ambiente produtivo e avaliar a vantagem de um investimento no longo prazo.

#### 4.1. Estudo de Caso 1: Estimando a *Yield Curve*

Para demonstrar o alcance do objetivo desse estudo foi-se aplicado a modelagem de Nelson-Siegel-Svensson (1994) para a *Yield Curve* com dados extraídos do Tesouro Nacional. A modelagem da ETTJ parte dos dados amostrais representados na Tabela 2 abaixo:

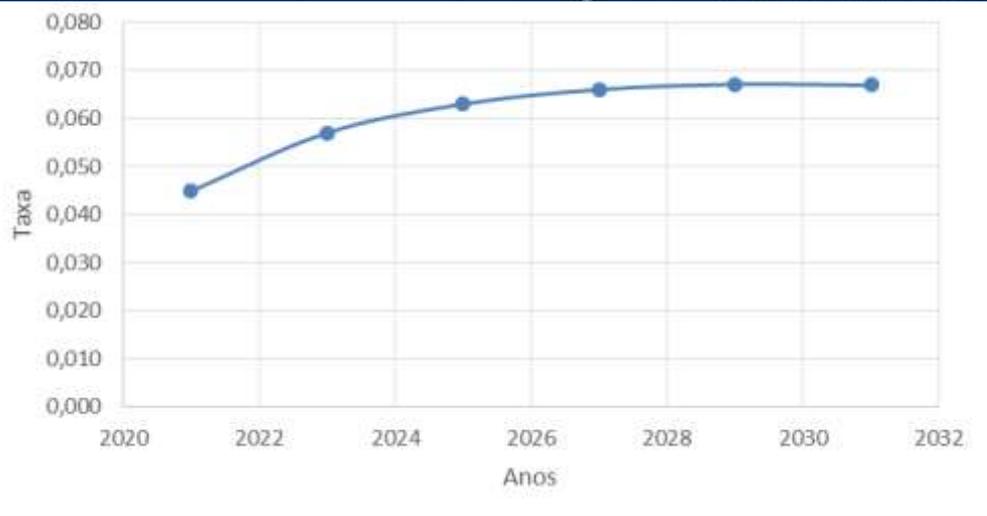
**Tabela 2: Vencimentos de NTN-F em 02/01/2020**

Titulo	Vencimento	Taxa
NTNF-21	2021	0.0449
NTNF-23	2023	0.0570
NTNF25	2025	0.0630
NTNF-27	2027	0,0660
NTNF-29	2029	0,0671
NTNF-31	2031	0,0669

Fonte: Tesouro Nacional (2020)

Cada título da Tabela 2 acima pode ser plotado em um gráfico que relaciona a taxa o qual é negociado com a maturidade (vencimento) do título, assim cada título representado será um ponto na *Yield Curve*. A seguir é apresentado a plotagem dos dados Tabela 2 no Gráfico 2:

#### **Gráfico 2: *Yield Curve* de NTN-F em 02/01/2020.**



Fonte: Elaborado pelos autores

Percebe-se pela *Yield Curve* do Gráfico 2 que apenas seis pontos são conhecidos. Isso ocorre devido ao fato de não existir títulos que possuam vencimentos em todos os dias de todos dos anos durante sua maturidade. Dessa forma é necessário estimar uma curva sobre a *Yield Curve*, com base nos vencimentos dos títulos NTN-F, para poder interpolar e extrapolar as taxas de juros futuras a qualquer período de maturidade.

Seguindo os passos do modelo de Nelson-Siegel-Svensson adotou-se Método de Otimização não Linear de acordo com seguinte procedimento:

- Fixa-se valores arbitrários para os parâmetros Betas  $\{\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4\}$  e os fatores  $\{\lambda_1, \lambda_2\}$
- Aplica-se a taxa a vista para cada t Yield de uma data específica, calculando-se o  $Y(t)$  da Curva Nelson-Siegel-Svensson (chamada de NSS Curve):

$$Y(t) = \beta_1 + \beta_2 \left( \frac{1 - e^{-\lambda_1 M}}{\lambda_1 M} \right) + \beta_3 \left( \frac{1 - e^{-\lambda_1 M}}{\lambda_1 M} - e^{-\lambda_1 M} \right) + \beta_4 \left( \frac{1 - e^{-\lambda_2 M}}{\lambda_2 M} - e^{-\lambda_2 M} \right)$$

- Calcula-se os resíduos entre a NSS Curve a *Yield Curve* observada.
- Aplica-se um solver disponível no *Excel* para realizar a obtenção dos melhores estimadores de mínimos quadrados para os parâmetros  $\{\widehat{\beta}_1, \widehat{\beta}_2, \widehat{\beta}_3, \widehat{\beta}_4\}$  e  $\{\widehat{\lambda}_1, \widehat{\lambda}_2\}$ .

Os melhores estimadores obtidos foram:

- $\widehat{\beta}_1 = 0.0730$
- $\widehat{\beta}_2 = -0.0399$

(iii)  $\widehat{\beta}_3 = -0.0056$

(iv)  $\widehat{\beta}_4 = -0.0056$

(v)  $\widehat{\lambda}_1 = 1.0005$

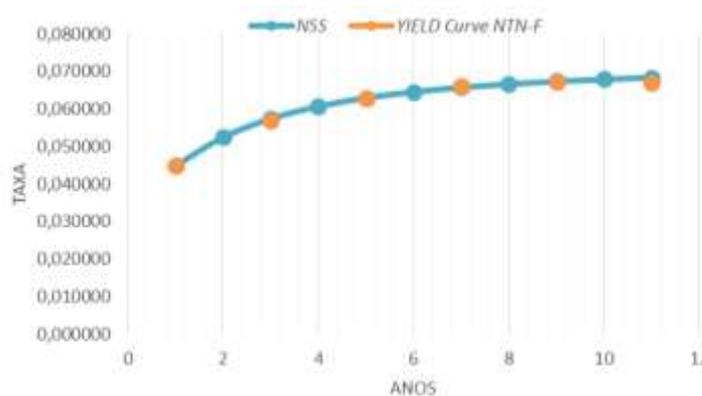
(vi)  $\widehat{\lambda}_2 = 1.0005$

Dessa maneira, obtêm-se uma segunda curva, sobreposta à *Yield Curve* de NTN-F, a chamada *NSS Curve*, com erro mínimo observado comparado à curva observada. Pela *NSS Curve* é possível interpolar e extrapolar a *Yield* estimada para se obter cada taxa para cada período  $t$

$$\dot{Y}(t) = \beta_1 + \beta_2 \left( \frac{1-e^{-\lambda_1 M}}{\lambda_1 M} \right) + \beta_3 \left( \frac{1-e^{-\lambda_1 M}}{\lambda_1 M} - e^{-\lambda_1 M} \right) + \beta_4 \left( \frac{1-e^{-\lambda_2 M}}{\lambda_2 M} - e^{-\lambda_2 M} \right)$$

A chamada *NSS Curve*, estimada, é a sobreposta à *Yield Curve*, com uma taxa mínima de erro. A seguir no Gráfico 3 é representado o produto do modelo:

**Gráfico 3: *Yield Curve* versus *NSS Curve***



Fonte: elaborado pelos autores

De acordo com o Gráfico 3, têm-se a curva modelada pelo Método de Nelson-Siegel-Sevensson (1994) e sobreposta a *Yield Curve* com a menor taxa de erro possível, dado ao procedimento utilizado. Dessa forma, torna-se possível interpolar e extrapolar valores de taxas de juros futuras para qualquer período ao longo da curva. A Tabela 3 abaixo apresenta os resultados alcançados pela curva estimada. As taxas extraídas foram para cada ano da curva, devido a baixa variação entre os meses. Entretanto é possível extrair as taxas para cada dia, caso seja necessidade do usuário.

**Tabela 3: Taxas extraídas da NSS Curve estimada**

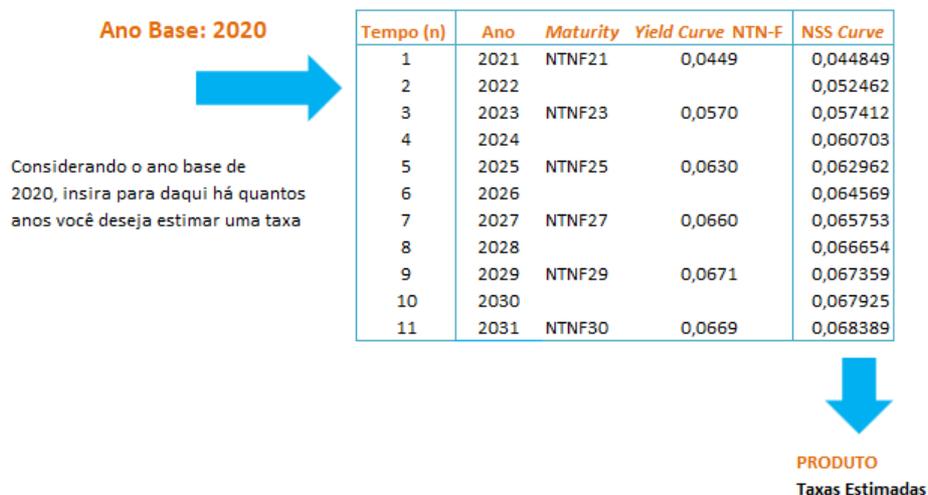
Anos	Meses	Taxa Yield Curve	Taxa NSS Curve
2021	12 meses	0.0449	0.0448
2022	24 meses	-	0.0524
2023	36 meses	0.0570	0.0574
2024	48 meses	-	0.0607
2025	60 meses	0.0630	0.0629
2026	72 meses	-	0.0645
2027	84 meses	0.0660	0.0657
2028	96 meses	-	0.0666
2029	108 meses	0.0671	0.0673
2030	120 meses	-	0.0679
2031	132 meses	0.0669	0.0683

Fonte: Elaborado pelos autores

Como mostra a Tabela 3 é possível observar as taxas extraídas a cada ano da Yield Curve pela NSS Curve. Dessa maneira, pelo Modelo de Nelson Siegel Svensson (1994) foi possível interpolar toda curva e estimar seus pontos, ou seja, as taxas para qualquer vencimento com o menor erro possível calculado pelo Software.

Portanto, alcança-se o resultado final do presente estudo: uma informação para um usuário específico, que necessite de utilizar taxas de juros futuras. O ambiente criado dentro do Software, possui a seguinte interface, apresentado pela Figura 7 abaixo:

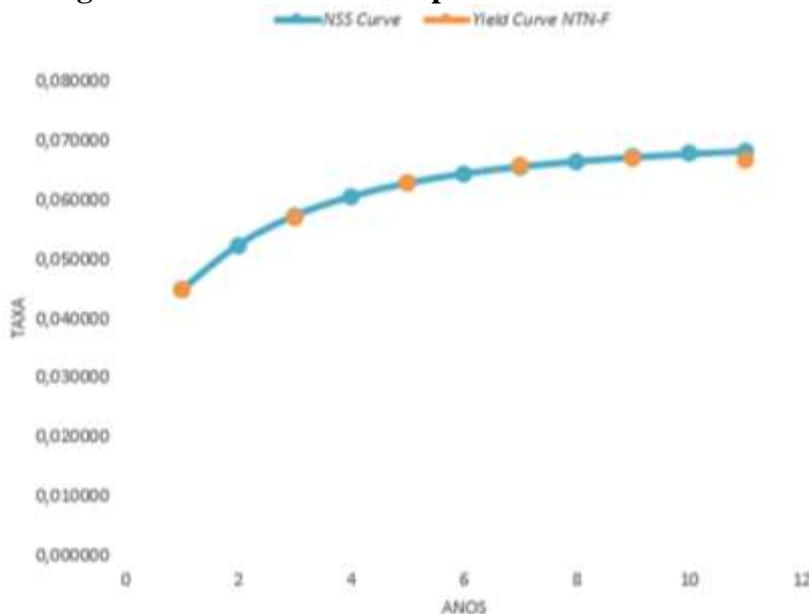
**Figura 7: Interface da ferramenta**



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 8 apresenta a *NSS Curve* estimada (curva de cor azul) sobre os pontos conhecidos (laranjas) da *Yield Curve* de NTN-F, dentro do ambiente projetado no *Excel*:

**Figura 8: NSS Curve sobre pontos conhecidos da Yield Curve**



Fonte: Elaborado pelos autores

Pelo método de Nelson-Siegel-Svensson (1994), o estudo contribui para apresentar o meio pelo qual se obtém o produto final, exemplificado pelo intercalce das Figuras 8 e 9 acima.

#### 4.2. Estudo de Caso 2: Estimando a *Yield Curve*

Modelos de precificação de ativos possuem muita importância para finanças aplicadas à diferentes áreas e com diferentes intuitos. Gestores de carteiras de investimentos utilizam modelos de precificação para calcular ativos financeiros ao valor presente. Um dos exemplos que pode ser citado é a necessidade de precificação futura de investimentos ou mesmo ativos financeiros, uma vez que a taxa de juros significa o custo do dinheiro no tempo.

Para Saurin (2007) na metodologia com base no Fluxo de Caixa Descontado (FDC) têm-se os seguintes métodos ou modelos básicos: o método do Fluxo de Caixa Operacional Disponível (FCOD), o método do Valor Presente Líquido (VPL) e o método do Fluxo de Caixa do Capital Próprio (FCCP). Cada modelo ou método tem suas características e fornece uma informação diferenciada, mas teoricamente deve

proporcionar resultados financeiros equivalentes, se for empregado à mesma base de dados. Pode-se dizer que a metodologia de precificação de ativos está relacionada com:

O processo de avaliação consiste na estimativa de valor para uma empresa ou ativo e tem como base um método matemático utilizado num dado momento. Uma avaliação errada pode levar a sérias consequências, como expectativas incorretas e irrealistas num processo de aquisição, na aceitação ou não de um investimento ou mesmo na expectativa de crescimento de uma empresa, as quais podem se refletir diretamente no valor das ações da empresa.” (ENDLER, 2004, p. 5)

O foco do estudo de caso será no Método de Avaliação realizada pelo método do Fluxo de Caixa Descontado na metodologia do VPL. De acordo com Lage (2011) o método mais tradicional que utiliza o FDC é o Valor Presente Líquido (VPL). Esse indicador, atualmente, o mais empregado pelas empresas na avaliação de investimentos, calcula o valor presente do benefício que o novo projeto produz, deduzido do investimento necessário à sua implementação. De acordo ainda com o autor, um fato curioso é que inicialmente os métodos de desconto de fluxo de caixa traziam os fluxos a valor presente pela taxa livre de risco como benchmark. Dessa forma o VPL se baseia na teoria de que o valor de um negócio depende dos benefícios futuros que ele irá produzir, descontados para a data presente, através da utilização de uma taxa de desconto apropriada, a qual reflita os riscos inerentes aos fluxos estimados. O cálculo para avaliação por Fluxo de Caixa Descontado pelo VPL é apresentado pela seguinte fórmula:

$$VPL = \sum \left[ \frac{\text{Fluxos de caixa Futuros}}{(1 + \text{Taxa})^n} \right]$$

De uma maneira genérica, de acordo com a equação acima, o VPL representa o retorno do ativo na data atual, calculado pelo somatório dos fluxos de caixa esperados para o futuro dividido por uma Taxa escolhida e fixada arbitrariamente por um gestor, elevado ao prazo n dos fluxos de caixa futuros.

A seguir apresenta-se o problema hipotético, a partir do qual será mostrado a diferença de VPL com base na equação acima, considerando um valor fixo de Taxa (Selic em 2020, por exemplo) e um valor variável para cada ano, extraídos da NSS Curve do Estudo de Caso 1.

Exemplo hipotético 1: “A empresa Cogna-3, devido uma forte demanda, resolveu investir em um novo setor com o objetivo de expandir sua produção. Ao apresentar o cálculo do investimento à diretoria, o gestor financeiro fez a seguinte projeção de fluxos de caixa com a nova produção:

**Tabela 4: Fluxo de caixa esperado - Estudo de Caso 2**

Anos	Fluxos de caixa esperados
1º ano	R\$ 58.400,00
2º ano	R\$ 60.000,00
3º ano	R\$ 70.000,00
4º ano	R\$ 55.000,00
5º ano	R\$ 58.000,00
6º ano	R\$ 60.000,00
7º ano	R\$ 62.000,00
8º ano	R\$ 65.000,00
9º ano	R\$ 64.000,00
10º ano	R\$ 60.000,00

Elaborado pelos autores

A grande questão que irá nortear o investimento será o custo desse fluxo de caixa no tempo, sendo necessário calcular quanto vale esse fluxo de caixa para a presente data. Pois, esse valor representa o quanto se espera receber pelo investimento nessa nova produção na data atual. Para isso será necessário utilizar o cálculo do VPL com uma Taxa de desconto.

De acordo com o problema hipotético acima, apresenta-se a Tabela 5 abaixo, a qual mostra diferença de VPL por uma taxa Taxa de desconto constante e por uma Taxa variável obtida pela interpolação da *Yield Curve* de títulos NTN-F:

**Tabela 5: Diferença de VPL - Estudo de Caso 2**

Anos (n)	Taxa Constante	Taxa extraída da NSS Curve	VPL por Taxa Constante	VPL por Taxa Variável (NSS Curve)
1º ano	0.02	0.0448	R\$ 57.254,90	R\$ 55.893,23
2º ano	0.02	0.0524	R\$ 57.670,13	R\$ 54.167,45
3º ano	0.02	0.0574	R\$ 65.962,56	R\$ 59.205,98
4º ano	0.02	0.0607	R\$ 50.811,50	R\$ 43.449,81
5º ano	0.02	0.0629	R\$ 52.532,39	R\$ 43.197,58
6º ano	0.02	0.0645	R\$ 53.278,28	R\$ 42.129,76
7º ano	0.02	0.0657	R\$ 53.974,73	R\$ 41.042,68
8º ano	0.02	0.0666	R\$ 55.476,87	R\$ 40.566,14
9º ano	0.02	0.0673	R\$ 53.552,34	R\$ 37.656,21
10º ano	0.02	0.0679	R\$ 49.220,90	R\$ 33.282,36
			<b>R\$ 549.734,60</b>	<b>R\$ 450.591,19</b>

VALOR PRESENTE LÍQUIDO (VPL)

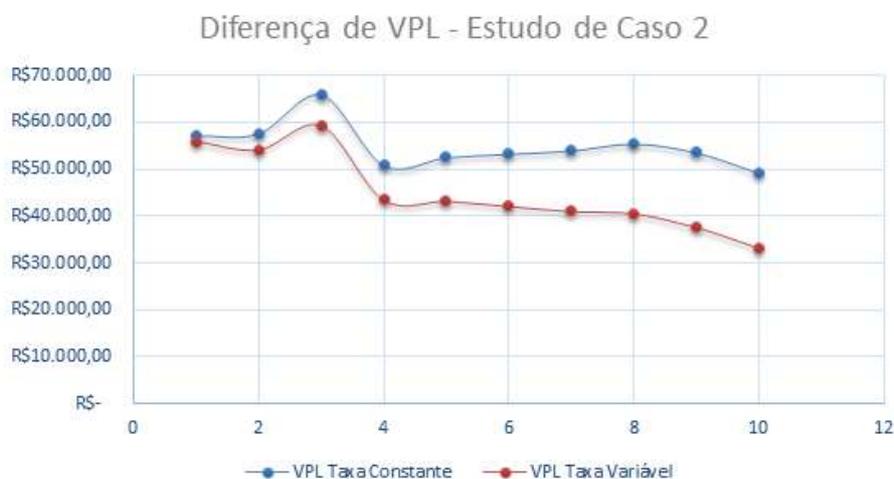
Fonte: Elaborado pelos autores

Pela Tabela 5 percebe-se uma diferença de VPL na ordem de R\$ 99.143,41 de acordo com a forma de utilização da Taxa o qual haverá o desconto de fluxo no tempo. Ou seja, ao se descontar fluxos de caixa futuros por uma taxa constante, têm-se um VPL maior do que se fosse descontado pela Taxa estimada pela *Yield Curve* interpolada pelo método de Nelso-Sielgel-Svensson (1994) apresentada no Estudo de Caso 1.

Essa diferença é representada primeiramente por uma verdade matemática: a Taxa é inversamente proporcional ao VPL. Como a *Yield Curve* estimada é positivamente inclinada, têm-se um VPL menor. Por uma segunda análise baseado no que foi apresentado durante o Referencial Teórico, a *Yield Curve* representa a expectativa dos agentes da economia com relação ao futuro do crescimento do país. Curvas positivamente inclinadas mostram altas taxas de juros para conter uma possível alta na inflação. Dessa maneira, descontar os fluxos de caixa futuros por uma Taxa extraída da interpolação da *Yield Curve* de títulos públicos brasileiros pode demonstrar uma avaliação real do retorno econômico esperado. Um desconto de fluxo de caixa futuro por uma Taxa Constante pode representar uma avaliação nominal do retorno de caixa para presenta data.

O Gráfico 4 abaixo representa a diferença de VPL com uma Taxa de desconto constante (2% ao ano) e outro com uma TIR variável (extraídas da *Yield Curve* Interpolada):

**Gráfico 4: Curvas de VPL - Estudo de Caso 2**



Fonte: elaborado pelos autores

Pelo Gráfico 4 é possível perceber, pela curva vermelha, um valor mais baixo do VPL ao longo do tempo, o que significa que os descontos de fluxos de caixa por Taxa Variável foram menores a cada período se comparado aos descontos de fluxo de caixa por Taxa Constante. Isso é explicado porque quanto maior a Taxa a qual o título público NTN-F é negociado, menor será o desconto de fluxo de caixa. Por uma outra análise, quanto mais se espera de uma economia forte no futuro menor será o retorno de caixa para o Valor Presente devido à expectativa de uma possível inflação mais elevada.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo teve por objetivo gerar informação para um usuários balizada na estrutura da *Yield Curve* de títulos públicos NTN-F brasileiros, baseada no Modelo de Nelson-Siegel-Svensson (1994). No estudo analisou-se a *Yield Curve* que representa a expectativa dos agentes da economia com relação ao futuro do crescimento do país. Ou seja, as Curvas positivamente inclinadas mostram altas taxas de juros para conter uma possível alta na inflação. Os resultados demonstrados nos casos 1 e 2 permitiram aferir duas observações. A primeira trata-se de algo matemático que se refere à proporcionalidade inversa das Taxas de desconto com Valor Presente Líquido (VPL) pela metodologia do Fluxos de Caixas Descontados. Dessa forma foi verificado que quando a *Yield Curve* de títulos públicos NTN-F se encontra positivamente inclinada têm-se um VPL menor. A segunda observação foi econômica: descontar os fluxos de caixa futuros por Taxas extraídas por meio da interpolação da *Yield Curve* de títulos públicos brasileiros pode demonstrar uma avaliação real do retorno financeiro esperado, em termos econômicos. Um desconto de fluxo de caixa futuro por uma Taxa Constante pode representar um retorno nominal. A presente proposta apresenta aplicabilidade à diferentes tipos de usuários. Como limitação, o presente estudo é abrangente e passível de não aplicabilidade para alguns setores que não possuem relação com método de avaliação de ativos. Para estudos futuros, deixa-se como sugestão, a necessidade de utilizar outros tipos de *Yield* para estudos mais específicos e análises setoriais no ambiente econômico.

## REFERÊNCIAS

ANDRADE, J. A. L. **Modelo dinâmico de Nelson Siegel e política econômica**. 2018. Dissertação (Mestrado Profissional em Economia) – EESP - FGV, São Paulo.

- ARAÚJO, C. F. **Leilões de títulos públicos: caso dos títulos pós-fixados no Brasil.** 2006. Tese de Doutorado.
- BROCCO, Marcelo Bertini. **Análise estatística do modelo de Nelson e Siegel.** 2013. Dissertação (Mestrado em Estatística) – Departamento de Estatística – UFSCar, São Carlos – SP.
- BROWN, T. **Design Thinking: Uma Metodologia Poderosa para Decretar o Fim das Velhas Ideias.** Tradução Cristina Yamagami. Rio de Janeiro: Elsevier, 2010.
- CALDEIRA, J. F. **Estimação da Estrutura a Termo da Curva de Juros no Brasil através de Modelos Paramétricos e Não Paramétricos.** *Análise Econômica*, v. 29, n. 55, 2011.
- DE REZENDE, R. B. **Dois ensaios em econometria financeira: modelagem, previsão e stress da estrutura a termo das taxas de juros.** 2008. Disponível em: <[https://scholar.google.com/scholar?hl=ptR&as\\_sdt=0%2C5&q=DE+REZENDE%2C+Rafael+Barros.+Dois+ensaio+s+em+econometria+financeira%3A+modelagem%2C+previs%C3%A3o+e+stress+da+estrutura+a+termo+das+taxas+de+juros.+2008.+&btnG=>](https://scholar.google.com/scholar?hl=ptR&as_sdt=0%2C5&q=DE+REZENDE%2C+Rafael+Barros.+Dois+ensaio+s+em+econometria+financeira%3A+modelagem%2C+previs%C3%A3o+e+stress+da+estrutura+a+termo+das+taxas+de+juros.+2008.+&btnG=>)> Acesso em: Abril de 2020.
- DIEBOLD, F. X.; LI, C. **Forecasting the term structure of government bond yields.** *Journal of Econometrics*, v. 130, p. 337–364, 2006.
- ENDLER, L. **Avaliação de empresas pelo método de fluxo de caixa descontado e os desvios causados pela utilização de taxas de desconto inadequadas.** *Contexto*, v. 4, n. 6, 2004.
- FRANKLIN JR, S. L., DUARTE, T. B., NEVES, C. R.; MELO, E. F., 2011. **Interpolação e extrapolação da estrutura a termo de taxas de juros para utilização pelo mercado segurador brasileiro.** Disponível em: < [http://www.susep.gov.br/download/menumercado/artigo\\_ETTJ\\_CORIS\\_15032011.pdf](http://www.susep.gov.br/download/menumercado/artigo_ETTJ_CORIS_15032011.pdf)>. Acesso em: Junho de 2020.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4ª. ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- HOLLAND, J.H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems.** Univ. of Michigan Press, Ann Arbor. 1975. Disponível em: < <https://dl.acm.org/doi/pdf/10.1145/1216504.1216510> > Acesso em: junho de 2020.
- JUCHEM NETO, J. P. **Modelo de Hull-White e algumas extensões com volatilidade estocástica: aproximações perturbativas.** 2007. Disponível em: <<https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/12563>>. Acesso em: Abril de 2020.
- LAGE, E. L. D. C. **Avaliação de projetos de shopping center: aplicações da teoria de opções reais.** 2011. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-RJ).
- LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. A. **Fundamentos da metodologia científica.** 5ª. ed. São Paulo: Saraiva, 2011.
- LIMA, M. C. **Monografia – a engenharia da produção acadêmica.** São Paulo: Saraiva, 2008
- LIMA, A. M. C.; ISSLER, J. V. **A hipótese das expectativas na estrutura a termo de juros no Brasil: uma aplicação de modelos de valor presente.** *Revista brasileira de economia*, v. 57, n. 4, p. 873-898, 2003.
- MACIEL, L., GOMIDE, F. and BALLINI, R. **Algoritmo Genético para Estimar Parâmetros da Estrutura a Termo de Taxa de Juros.** 2011. Disponível em: < <https://fei.edu.br/sbai/SBAI2011/87276.pdf>> Acesso em: Junho de 2020.
- MIRANDA, R. C. **Algoritmo genético adaptativo para otimização de modelos de simulação a eventos discretos.** 2012. Disponível em: <<https://repositorio.unifei.edu.br/xmlui/handle/123456789/1244>> Acesso em: Outubro de 2020.
- MONTES, G.C.; BASTOS, J.C.A. **Metas de Inflação e estrutura a termo das taxas de juros no Brasil.** *Economia aplicada*, v.15, n.3,p.391-415,2011.

MOREIRA, O. L. **Leilões do tesouro nacional: uma análise comparativa com o mercado secundário e os determinantes do comportamento dos participantes**. 2011. Disponível em: <<https://repositorio.unb.br/handle/10482/9327>>. Acesso em: Abril de 2020.

MOREIRA, C.F. P. **Avaliação de títulos de dívida e ações: uma visão da precificação de títulos públicos federais no mercado financeiro brasileiro**. Revista de Contabilidade do Mestrado em Ciências Contábeis da UERJ, v. 7, n. 1, p. 41-49, 2013.

MUNARI, B. **Das coisas nascem coisas**. São Paulo, Ed. Martins Fontes. 2008..

NAKANO, Y. **O regime monetário, a dívida pública e a alta taxa de juros**. Revista Conjuntura Econômica, v. 59, n. 11, p. 10-12, 2005.

NELSON, C. R.; SIEGEL, A. F. **Parsimonious modeling of yield curves**. Journal of business, p. 473-489, 1987.

NIELSEN, J.. **Usability inspection methods**. In Conference companion on Human factors in computing systems (pp. 413-414). 1994. Disponível em: < <https://dl.acm.org/doi/pdf/10.1145/259963.260531>> Acesso em: Junho de 2020.

OBARA, V. H. **Relação entre as componentes principais da estrutura a termo da taxa de juros brasileira e as variáveis macroeconômicas**. 2014. Tese de Doutorado.

OLIVEIRA, A. **Modelo de Estrutura a Termo de Taxas de Juros: Um Teste Empírico**. 2003. Dissertação de Mestrado em Economia-Função Getúlio Vargas, Rio de Janeiro.

ROSA, R. A. B. M. D. **Estrutura a termo das taxas de juros: panorama da classe de modelos Nelson-Siegel**. 2013. Disponível em: < <https://www.bdm.unb.br/handle/10483/6521> > Acesso em: Junho de 2020.

SABINO, P. K. C. **Aplicando a Metodologia de Diebold e Li à Análise da Estrutura a Termo da Taxa de Juros Brasileira**. 2007. Tese de Doutorado. PUC-Rio.

SAURIN, V.; DA COSTA JÚNIOR, N. A.; ZILIO, A. C. S. **Estudo dos modelos de avaliação de empresas com base na metodologia do fluxo de caixa descontado: estudo de caso**. Revista de Ciências da Administração, v. 9, n. 18, p. 123-148, 2007.

SCHOOFF, H. **Previsão da taxa de juros utilizando o modelo de Vasicek**. 2011. Tese de Doutorado.

SILVA, A. C.; CARVALHO, L. O.; MEDEIROS, O. L. **Dívida Pública: a experiência brasileira. Brasília: Secretaria do Tesouro Nacional: Banco Mundial**. 2009. Disponível em: <[http://www.tesouro.fazenda.gov.br/premio/Premio\\_TN/iiipremio/divida/2lugar\\_divida\\_III\\_PTN/AndersonCaputo.PDF](http://www.tesouro.fazenda.gov.br/premio/Premio_TN/iiipremio/divida/2lugar_divida_III_PTN/AndersonCaputo.PDF)> Acesso em: Abril de 2020.

SIQUEIRA, O. G. et al. **Metodologia de Projetos em Design, Design Thinking e Metodologia Ergonômica: convergência metodológica no desenvolvimento de soluções em Design**. Cadernos UniFOA, v. 9, n. 1 (Esp.), p. 49-66, 2017.

SHOUSHA, S. **Estrutura a termo da taxa de juros e dinâmica macroeconômica no Brasil**. Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social. 2008. Disponível em: <<https://web.bndes.gov.br/bib/jspui/handle/1408/7692>>. Acesso em: Abril de 2020.

SUCUPIRA, I. R. **Métodos heurísticos genéricos: metaheurísticas e hiper-heurísticas**. USP: São Paulo (2004): 32. Disponível em: < <https://www.ime.usp.br/~igorrs/monografias/metahiper.pdf>> Acesso em: Junho de 2020.

SVENSSON, L. E. O. **Estimating and interpreting forward interest rates: Sweden 1992-1994**. National bureau of economic research, 1994. Disponível em: <<https://www.nber.org/papers/w4871>>. Acesso em: Abril de 2020.

TESOURO NACIONAL. **Entenda cada título (2017 b)**. Disponível em: <<http://www.tesouro.fazenda.gov.br/tesouro-direto-entenda-cada-titulo-no-detalle>>. Acesso em: abril de 2020.

TESOURO NACIONAL. **Cálculo da rentabilidade dos títulos públicos ofertados no Tesouro Direto**. Disponível em: <[http://www.tesouro.fazenda.gov.br/documents/10180/410323/NTN-F\\_novidades.pdf](http://www.tesouro.fazenda.gov.br/documents/10180/410323/NTN-F_novidades.pdf)>. Acesso em: Abril de 2020.

VIANNA, M. **Design thinking: inovação em negócios**. Design Thinking, 2012.

WILLE, V. R. S. J.; FROM, D. A. **O mercado de títulos públicos federais no Brasil**. 2009. Disponível em: <[http://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/56783732/O\\_MERCADO\\_DE\\_TITULOS\\_PUBLICOS\\_FEDERAIS\\_NO\\_BRASIL.pdf?1528835550=&responsecontentdisposition=inlin e%3B+filename%3DO\\_MERCADO\\_DE\\_TITULOS\\_PUBLICOS\\_FEDERAIS\\_N](http://d1wqtxts1xzle7.cloudfront.net/56783732/O_MERCADO_DE_TITULOS_PUBLICOS_FEDERAIS_NO_BRASIL.pdf?1528835550=&responsecontentdisposition=inlin e%3B+filename%3DO_MERCADO_DE_TITULOS_PUBLICOS_FEDERAIS_N)>. Acesso em: Abril de 2020.